

Universidad de Guanajuato

F.I.M.E.E.

Laboratorio de Cálculo I

Prof. Ing. Daniel Arturo Razo Montes

Práctica 7: Puntos Críticos (1ra y 2da Derivada) y Sumatorias Simbólicas

I. Introducción

En esta práctica se verá como calcular los puntos de inflexión de una función, así como también como calcular una sumatoria simbólica usando el *toolbox* de matemática simbólica de MatLab.

II. Desarrollo

Teclee los siguientes listados en su editor de archivos .m. Las salidas de los listados se verán en la ventana de comandos (*Command Window*).

Listado 1

```
% ----- Ejemplo 1 -----
f_1 = 6*x^5 -10*x^3;      % funcion dada
l_1 = limit(f_1,x,inf);  % encontrando asintotas horizontales
r_1 = solve(f_1);        % encontrando las raices (cruces por el eje x)
d1_1 = diff(f_1,x);      % encontrando los maximos y minimos relativos
pc1_1 = solve(d1_1);      % encontrando los puntos criticos
d2_1 = diff(f_1,x,2);    % encontrando los puntos de inflexion
pc2_1 = solve(d2_1);     % encontrando los puntos criticos
% Desplegar salidas
disp('----- Ejemplo 1 -----');
disp('y_1(x) = ')
pretty(f_1)
disp('asintotas horizontales: ')
pretty(l_1)
disp('raices de y_1(x): ')
pretty(r_1)
disp('1ra derivada de y_1(x): ')
pretty(d1_1)
disp('puntos criticos de la 1ra derivada de y_1(x): ')
pretty(pc1_1)
disp('2da derivada de y_1(x): ')
pretty(d2_1)
disp('puntos criticos de la 2da derivada de y_1(x): ')
pretty(pc2_1)
disp('-----');
% Desplegar la grafica
figure('name','Ejemplo 1')
ezplot(f_1)
hold on
% maximos y minimos locales (relativos)
plot(double(pc1_1), double(subs(f_1,pc1_1)), 'ro')
% puntos de inflexion
plot(double(pc2_1),double(subs(f_1,pc2_1)), 'ko')
title('y = 6*x^5 -10*x^3')
hold off
grid
axis([-6 6 -10 10])
% -----
```

Salida del listado 1:

----- Ejemplo 1 -----
y_1(x) =

asintotas horizontales: $6x^5 - 10x^3$

raices de y_1(x):

Inf

[0]
[]
[0]
[]
[0]
[]
[1/2]
[1/3 15]
[]
[1/2]
[- 1/3 15]

1ra derivada de y_1(x):

puntos criticos de la 1ra derivada de y_1(x): $30x^4 - 30x^2$

[0]
[]
[0]
[]
[1]
[]
[-1]

2da derivada de y_1(x):

puntos criticos de la 2da derivada de y_1(x): $120x^3 - 60x$

[0]
[]
[1/2]
[1/2 2]
[]
[1/2]
[- 1/2 2]

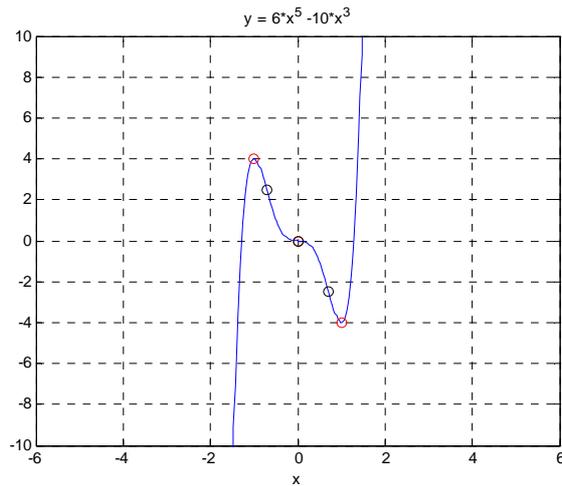


Figura 1. Gráfica de salida del listado 1

Listado 2

```

% ----- Ejemplo 2 -----
num = 3*x^2 + 6*x - 1; % numerador de la funcion
denom = x^2 + x - 3; % denominador de la funcion
f_2 = num/denom; % funcion dada
l_2 = limit(f_2,x,inf); % encontrando asíntotas horizontales
r_2 = solve(f_2); % encontrando las raíces (cruces por el eje x)
d1_2 = diff(f_2,x); % encontrando los máximos y mínimos relativos
pc1_2 = solve(d1_2); % encontrando los puntos críticos
d2_2 = diff(f_2,x,2); % encontrando los puntos de inflexión
pc2_2 = solve(d2_2); % encontrando los puntos críticos
% Desplegar salidas
disp('----- Ejemplo 2 -----');
disp('y_2(x) = ')
pretty(f_2)
disp('asíntotas horizontales: ')
pretty(l_2)
disp('raíces de y_2(x): ')
pretty(r_2)
disp('1ra derivada de y_2(x): ')
d1_2 = simplify(d1_2)
pretty(d1_2)
disp('puntos críticos de la 1ra derivada de y_2(x): ')
pretty(pc1_2)
disp('2da derivada de y_2(x): ')
d2_2 = simplify(d2_2)
pretty(d2_2)
disp('puntos críticos de la 2da derivada de y_2(x): ')
pc2_2 = double(pc2_2)
% pretty(pc2_2)
disp('-----');
% Desplegar la grafica
figure('name','Ejemplo 2')
ezplot(f_2)
hold on
% máximos y mínimos locales (relativos)
plot(double(pc1_2), double(subs(f_2,pc1_2)), 'ro')
% puntos de inflexión
plot(double(pc2_2(1)),double(subs(f_2,pc2_2(1))), 'ko')
title('y_{1} = ')
hold off
grid
title('y = (3*x^2 + 6*x - 1)/(x^2 + x - 3)')
% axis([-10 10 -10 10])
% -----

```

Salida del listado 2:

----- Ejemplo 2 -----

$y_2(x) =$

$$\frac{3x^2 + 6x - 1}{x^2 + x - 3}$$

asintotas horizontales:

raices de $y_2(x)$:

$$\begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 + 2/3 & 3 \end{bmatrix}$$

1ra derivada de $y_2(x)$:

$d1_2 =$

$$-(3x^2 + 16x + 17)/(x^2 + x - 3)^2$$

$$-\frac{3x^2 + 16x + 17}{(x^2 + x - 3)^2}$$

puntos criticos de la 1ra derivada de $y_2(x)$:

$$\begin{bmatrix} 1/2 \\ -8/3 - 1/3 & 13 \end{bmatrix}$$

2da derivada de $y_2(x)$:

$d2_2 =$

$$2*(3x^3 + 24x^2 + 51x + 41)/(x^2 + x - 3)^3$$

$$\frac{3x^3 + 24x^2 + 51x + 41}{2(x^2 + x - 3)^3}$$

puntos criticos de la 2da derivada de $y_2(x)$:

$pc2_2 =$

$$\begin{aligned} & -5.2635 \\ & -1.3682 - 0.8511i \\ & -1.3682 + 0.8511i \end{aligned}$$

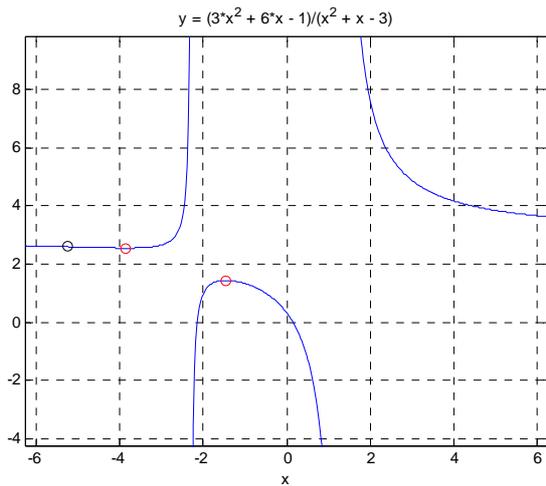


Figura 2. Gráfica de salida del listado 2

Listado 3

```

% ----- Ejemplo 3 -----
f_3 = 3*k;           % funcion dada
s_3 = symsum(f_3,1,5); % sumatoria simbolica
disp('----- Ejemplo 3 -----');
disp('S(k) = ')
pretty(f_3)
disp('Resultado de la suma: ')
pretty(s_3)
disp('-----');
% -----

```

Salida del listado 3:

```

----- Ejemplo 3 -----
5
-----
\      |
 \     |
  \    | f(k)
   \   |
    \  |
     \ |
      \|
-----
k = 1
.....
f(k) =

3 k

Resultado de la suma:

45
-----

```

Listado 4

```

% ----- Ejemplo 4 -----
f_4 = 2^k/k; % funcion dada
s_4 = symsum(f_4,1,4); % sumatoria simbolica
disp('----- Ejemplo 4 -----');
disp(' 4')
disp('-----')
disp('\      |')
disp(' \    ')
disp('  \   f(k)')
disp(' /   ')
disp('/      |')
disp('-----')
disp('k = 1')
disp('.....')
disp('f(k) = ')
pretty(f_4)
disp('Resultado de la suma: ')
pretty(s_4)
disp('-----');
% -----

```

Salida listado 4:

```

----- Ejemplo 4 -----
 4
-----
\      |
 \    f(k)
  \   |
 /   |
 /      |
-----
k = 1
.....
f(k) =

                                     k
                                     2
-----
                                     k

Resultado de la suma:

                                     32/3
-----

```

Listado 5

```

% ----- Ejemplo 5 -----
f_5 = (-1)^k/(2*k + 5); % funcion dada
s_5 = symsum(f_5,1,10); % sumatoria simbolica
disp('----- Ejemplo 5 -----');
disp(' 10')
disp('-----')
disp('\      |')
disp(' \    ')
disp('  \   f(k)')
disp(' /   ')
disp('/      |')
disp('-----')
disp('k = 1')
disp('.....')
disp('f(k) = ')
pretty(f_5)
disp('Resultado de la suma: ')
% pretty(s_5)

```

```
s_5 = double(s_5)
disp('-----');
% -----
```

Salida listado 5

----- Ejemplo 5 -----

```
10
-----
\      |
 \     |
  \    | f(k)
   \   |
    \  |
     \ |
      \|
-----
k = 1
.....
f(k) =
```

$$\frac{k(-1)^k}{2k + 5}$$

Resultado de la suma:

```
s_5 =
-0.0621
```

Listado 6

```
% ----- Ejemplo 6 -----
f_6 = k; % funcion dada
s_6 = symsum(f_6,1,n); % sumatoria simbolica
disp('----- Ejemplo 6 -----');
disp(' n')
disp('-----')
disp('\      |')
disp(' \     |')
disp('  \    | f(k)')
disp('   \   |')
disp('    \  |')
disp('     \|')
disp('-----')
disp('k = 1')
disp('.....')
disp('f(k) = ')
pretty(f_6)
disp('Resultado de la suma: ')
pretty(s_6)
disp('-----');
% -----
```

Salida listado 6:

```

----- Ejemplo 6 -----
n
-----
\      |
 \     |
  \    | f(k)
   \   |
    \  |
     \ |
      \|
-----
k = 1
.....
f(k) =

                                k

Resultado de la suma:

                                2
                                |
                                v
1/2 (n + 1) - 1/2 n - 1/2
-----

```

Listado 7

```

% ----- Ejemplo 7 -----
f_7 = k^2; % funcion dada
s_7 = symsum(f_7,1,n); % sumatoria simbolica
disp('----- Ejemplo 7 -----');
disp(' n');
disp('-----');
disp('\      |');
disp(' \     |');
disp('  \    | f(k)');
disp('   \   |');
disp('    \  |');
disp('     \|');
disp('-----');
disp('k = 1');
disp('.....');
disp('f(k) = ');
pretty(f_7)
disp('Resultado de la suma: ');
pretty(s_7)
disp('-----');
% -----

```

Salida listado 7:

```

----- Ejemplo 7 -----
n
-----
\      |
 \     |
  \    | f(k)
   \   |
    \  |
     \ |
      \|
-----
k = 1
.....
f(k) =

                                2
                                |
                                v
k

Resultado de la suma:

                                3
                                |
                                v
1/3 (n + 1) - 1/2 (n + 1) + 1/6 n + 1/6
-----

```

Listado 8

```
% ----- Ejemplo 8 -----
f_8 = k^3; % funcion dada
s_8 = symsum(f_8,1,n); % sumatoria simbolica
disp('----- Ejemplo 8 -----');
disp(' n')
disp('-----')
disp('\      |')
disp(' \')
disp('  \      f(k)')
disp(' /')
disp('/      |')
disp('-----')
disp('k = 1')
disp('.....')
disp('f(k) = ')
pretty(f_8)
disp('Resultado de la suma: ')
pretty(s_8)
disp('-----');
%
```

Salida listado 8:

```
----- Ejemplo 8 -----
 n
-----
 \      |
 \      \      f(k)
 /
 /      |
-----
k = 1
.....
f(k) =

          3
         k

Resultado de la suma:

          4          3          2
1/4 (n + 1) - 1/2 (n + 1) + 1/4 (n + 1)
-----
```

Listado 9

```
% ----- Ejemplo 9 -----
f_9 = k^5; % funcion dada
s_9 = symsum(f_9,1,n); % sumatoria simbolica
disp('----- Ejemplo 9 -----');
disp(' n')
disp('-----')
disp('\      |')
disp(' \')
disp('  \      f(k)')
disp(' /')
disp('/      |')
disp('-----')
disp('k = 1')
disp('.....')
disp('f(k) = ')
pretty(f_9)
disp('Resultado de la suma: ')
pretty(s_9)
disp('-----');
%
```

Salida listado 9:

```
----- Ejemplo 9 -----
n
-----
\ \ |
  \ \ f(k)
  / / |
-----
k = 1
.....
f(k) =
```

$$\sum_{k=1}^5 k$$

Resultado de la suma:

$$\frac{1}{6} (n + 1)^6 - \frac{1}{2} (n + 1)^5 + \frac{5}{12} (n + 1)^4 - \frac{1}{12} (n + 1)^2$$

III. Ejercicios

$$\sum_{k=1}^5 (2k-3)$$

$$\sum_{k=1}^4 \frac{3^k}{k}$$

$$\sum_{k=1}^{10} \frac{(-1)^{k-1}}{k^2}$$

$$\sum_{k=1}^5 \frac{\sin k\pi/2}{k}$$

Ayuda.

En esta práctica se vio como calcular los puntos críticos de las funciones, siempre y cuando éstas tengan. Se han reciclado muchos comandos de prácticas anteriores, en esta práctica en particular se introduce el comando `subs()` que es utilizado para hacer una sustitución simbólica, por ejemplo, si se requiere evaluar una función en un punto *a*, el código es el siguiente:

```
>> syms x
>> y = x^2+2*x+2;
>> a = subs(y,2)

a =

    10
```

También se vio como calcular una sumatoria simbólica con el comando `symsum()` el segundo y tercer argumento de este comando son para especificar los índices de la sumatoria. Puede obtener más ayuda respecto a estos comandos tecleando desde la ventana de comandos `help subs`, `help symsum`.

IV. Escriba sus conclusiones y observaciones

Nota: Reporte únicamente los ejercicios (sección III), poniendo el código fuente y los resultados de salida para cada uno (graficas y/o expresiones algebraicas). Escriba sus conclusiones generales sobre la práctica.