Universidad de Guanajuato
F.I.M.E.E.
Laboratorio de Cálculo I
Prof. Ing. Daniel Arturo Razo Montes
Práctica 6: Cálculo de la antiderivada (integral) simbólica

I. Introducción

En esta práctica se verá como calcular la antiderivada de una función usando el *toolbox* de matemática simbólica de MatLab.

II. Desarrollo

Teclee los siguientes listados en su editor de archivos .m. Las salidas de los listados se verán en la ventana de comandos (*Command Window*).

Listado 1

```
% ------------------------------- Ejemplo 1 -------------------------------
y_11 = 2*x^7;            % funcion dada 1
y_21 = 3/(x^5);          % funcion dada 2
y_31 = 10*(x^2)^(1/3);   % funcion dada 3
y_s1 = [y_11 y_21 y_31];    % vector con las funciones 1, 2 y 3 de ^
disp('---------------------------- Ejemplo 1 ---------------------------');
disp('y_s(x) = ')
pretty(y_s1)
ant_der_s1 = int(y_s1,x); % comando que devuelve la integral de una funcion
disp('Antiderivadas del vector de funciones y_s')
pretty(ant_der_s1)
der_s1 = diff(ant_der_s1,x);  % derivada
disp('Derivadas del vector de antiderivadas ')
pretty(der_s1)
disp('------------------------------------------------------------------');
% Graficas
figure('Name','Ejemplo 1_a')
% funciones
ezplot(y_11)
hold on
ezplot(y_21)
ezplot(y_31)
grid on
legend('y_1','y_2','y_3')   % muestra una leyenda en una grafica
title('y_{s}(x)')
% integrales
figure('Name','Ejemplo 1_b')
ezplot(ant_der_s1(1))
hold on
ezplot(ant_der_s1(2))
ezplot(ant_der_s1(3))
grid on
legend('int_1','int_2','int_3')
title('Antiderivadas de y_{s}(x)')
% derivadas
figure('Name','Ejemplo 1_c')
ezplot(der_s1(1))
hold on
ezplot(der_s1(2))
ezplot(der_s1(3))
grid on
legend('der_1','der_2','der_3')
title('Derivadas del vector de integrales')
% -----------------------------------------------------------------------
```

Salida del listado 1:

```
-------------------------- Ejemplo 1 --------------------------
y_s(x) =

                        [    7      3            2 1/3]
                        [2 x      ----     10 (x )    ]
                        [           5                 ]
                        [          x                  ]
Antiderivadas del vector de funciones y_s

                      [     8            1         5/3]
                      [1/4 x      - 3/4 ----     6 x    ]
                      [                  4            ]
                      [                 x             ]
Derivadas del vector de antiderivadas

                          [    7      3          2/3]
                          [2 x      ----     10 x   ]
                          [           5             ]
                          [          x              ]
---------------------------------------------------------------
```

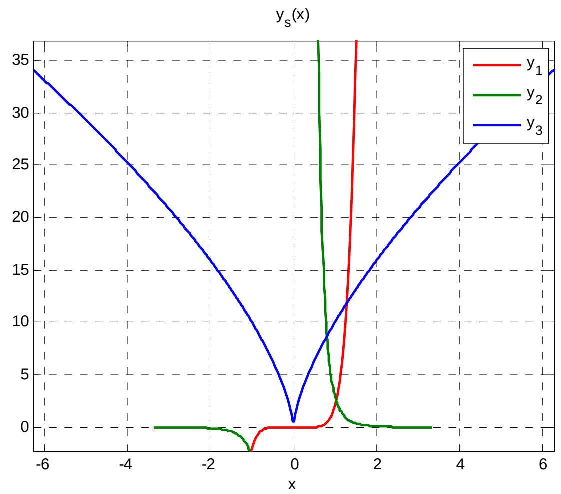

Figura 1a. Gráfica de salida del listado 1

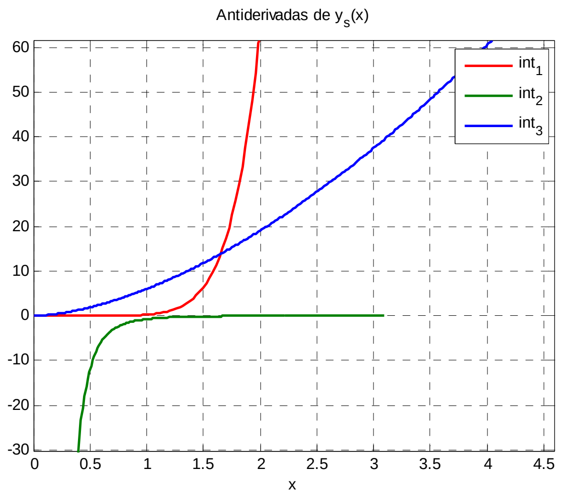

Figura 1b. Gráfica de salida del listado 1

Listado 2

```
% ------------------------------- Ejemplo 2 -------------------------------
y_12 = 3/(sqrt(t));             % funcion dada 1
y_22 = 3*t^5 - 2*t^3;           % funcion dada 2
y_32 = (t^4)*(5 - t^2);         % funcion dada 3
y_s2 = [y_12 y_22 y_32];        % vector con las funciones 1, 2 y 3 de ^
disp('--------------------------- Ejemplo 2 ---------------------------');
disp('y_s(t) = ')
pretty(y_s2)
ant_der_s2 = int(y_s2,t); % comando que devuelve la integral de una funcion
disp('Antiderivadas del vector de funciones y_s')
pretty(ant_der_s2)
der_s2 = diff(ant_der_s2,t);  % derivada
disp('Derivadas del vector de antiderivadas ')
pretty(der_s2)
disp('-----------------------------------------------------------------');
% Graficas
figure('Name','Ejemplo 2')
% funciones
subplot(3,3,1)
ezplot(y_12)
grid
title('f_{1}(t)')
subplot(3,3,4)
ezplot(y_22)
grid
title('f_{2}(t)')
subplot(3,3,7)
ezplot(y_32)
grid
title('f_{3}(t)')
%
% integrales
%
subplot(3,3,2)
ezplot(ant_der_s2(1))
grid
title('F_{1}(t)')
subplot(3,3,5)
ezplot(ant_der_s2(2))
grid
title('F_{2}(t)')
subplot(3,3,8)
ezplot(ant_der_s2(3))
grid
title('F_{3}(t)')
%
% derivadas
%
subplot(3,3,3)
ezplot(der_s2(1))
grid
title('F\prime_{1}(t)')
subplot(3,3,6)
ezplot(der_s2(2))
grid
title('F\prime_{2}(t)')
subplot(3,3,9)
ezplot(der_s2(3))
grid
title('F\prime_{3}(t)')
% -----------------------------------------------------------------------
```

Salida del listado 2:

```
--------------------------- Ejemplo 2 ---------------------------
y_s(t) =

                     [ 3         5      3     4       2 ]
                     [----    3 t  - 2 t     t  (5 - t )]
                     [ 1/2                              ]
                     [t                                 ]
Antiderivadas del vector de funciones y_s

                 [   1/2         6        4           7    5]
                 [6 t       1/2 t  - 1/2 t     - 1/7 t  + t ]
Derivadas del vector de antiderivadas

                      [ 3         5      3      6      4]
                      [----    3 t  - 2 t     -t  + 5 t ]
                      [ 1/2                             ]
                      [t                                ]
-----------------------------------------------------------------
```

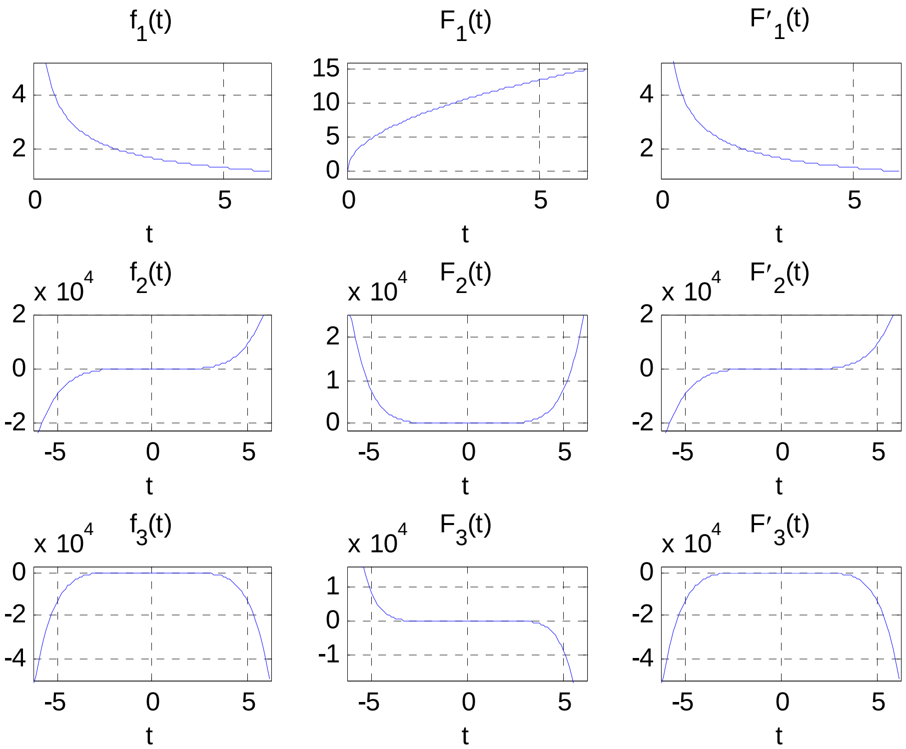

Figura 2. Gráficas de salida del listado 2

Listado 3

```
% ------------------------------- Ejemplo 3 -------------------------------
y_13 = 5*cos(w) - 4*sin(w);                % funcion dada 1
y_23 = cos(w)/((sin(w))^2);                % funcion dada 2
y_33 = 3*(csc(w))^2 - 5*sec(w)*tan(w);     % funcion dada 3
y_43 = (3*tan(w) - 4*(cos(w))^2)/(cos(w));  % funcion dada 4
y_s3 = [y_13 y_23 y_33 y_43];   % vector con las funciones 1, 2, 3 y 4 de ^
disp('--------------------------- Ejemplo 3 ---------------------------');
disp('y_s(w) = ')
pretty(y_s3)
ant_der_s3 = int(y_s3,w); % comando que devuelve la integral de una funcion
disp('Antiderivadas del vector de funciones y_s')
pretty(ant_der_s3)
der_s3 = diff(ant_der_s3,w);  % derivada
disp('Derivadas del vector de antiderivadas ')
pretty(der_s3)
disp('-----------------------------------------------------------------');
% Graficas
figure('Name','Ejemplo 3')
% funciones
subplot(4,3,1)
ezplot(y_13)
grid
title('f_{1}(t)')
subplot(4,3,4)
ezplot(y_23)
grid
title('f_{2}(t)')
subplot(4,3,7)
ezplot(y_33)
grid
title('f_{3}(t)')
subplot(4,3,10)
ezplot(y_43)
grid
title('f_{4}(t)')
%
% integrales
%
subplot(4,3,2)
ezplot(ant_der_s3(1))
grid
title('F_{1}(t)')
subplot(4,3,5)
ezplot(ant_der_s3(2))
grid
title('F_{2}(t)')
subplot(4,3,8)
ezplot(ant_der_s3(3))
grid
title('F_{3}(t)')
subplot(4,3,11)
ezplot(ant_der_s3(4))
grid
title('F_{4}(t)')
%
% derivadas
%
subplot(4,3,3)
ezplot(der_s3(1))
grid
title('F\prime_{1}(t)')
subplot(4,3,6)
ezplot(der_s3(2))
grid
title('F\prime_{2}(t)')
```

```
subplot(4,3,9)
ezplot(der_s3(3))
grid
title('F\prime_{3}(t)')
subplot(4,3,12)
ezplot(der_s3(4))
grid
title('F\prime_{4}(t)')
% --------------------------------------------------------------------------
```

Salida del listado 3:

```
--------------------------- Ejemplo 3 ---------------------------
y_s(w) =

        [
        [                      cos(w)            2
        [5 cos(w) - 4 sin(w) , ------- , 3 csc(w)   - 5 sec(w) tan(w) ,
        [                            2
        [                      sin(w)

                           2]
        3 tan(w) - 4 cos(w) ]
        --------------------]
               cos(w)       ]
                            ]
Antiderivadas del vector de funciones y_s

        [                          1         cos(w)
        [5 sin(w) + 4 cos(w) , - ------ , -3 ------ - 5 sec(w) ,
        [                        sin(w)      sin(w)

          3             ]
        ------ - 4 sin(w)]
        cos(w)          ]
Derivadas del vector de antiderivadas

        [                                                2
        [                      cos(w)          cos(w)
        [5 cos(w) - 4 sin(w) , ------- , 3 + 3 ------- - 5 sec(w) tan(w) ,
        [                            2               2
        [                      sin(w)          sin(w)

                            ]
          sin(w)            ]
        3 ------- - 4 cos(w)]
                2           ]
          cos(w)            ]
-----------------------------------------------------------------
```

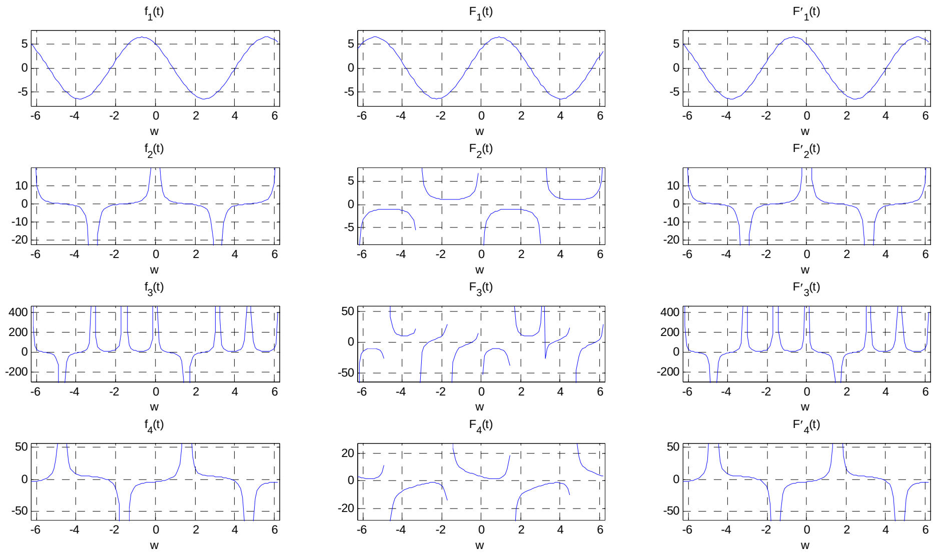

Figura 3. Gráfica de salida del listado 3

III. Ejercicios

1. $\int (4x-1)dx$

2. $\int 5x^{1/4}dx$

3. $\int \sqrt[3]{x^2}\,dx$

4. $\int 10w\sqrt{w}dw$

5. $\int \frac{t^3+8}{t+2}dt$

6. $\int x\sin x^2 dx$

7. $\int (8x+2)^{1/3}dx$

8. $\int (7-x)^{49}dx$

9. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(2x+1)^2}}$

10. $\int \frac{s(s^3-4)}{\sqrt{s^5-10s^2+6}}ds$

11. $\int \sqrt{\frac{x^3+1}{x^3}}\frac{dx}{x^4}$

12. $\int \sqrt{\frac{2+3\sqrt{x}}{x}}dx$

13. $\int x^2\sec^2 x^3 dx$

14. $\int \frac{\sin t}{\sqrt{4+\cos t}}dt$

15. $\int \frac{(1+\sin x)^4}{\sec x+\tan x}dx$

16. $\int \frac{\cos \sqrt[3]{1-3x}}{\sqrt[3]{(1-3x)}}dx$

17. $\int \cos^2 \pi x dx$

18. $\int \sin^3 2x dx$

19. $\int \frac{t}{\sqrt{t+2}}dt$

20. $\int \frac{\sin 2\theta}{\cos\theta}d\theta$

<u>Ayuda.</u>

En esta práctica se vio como calcular la antiderivada de una función con el comando **`int()`**. Se aprovechó la característica de manipulación vectorial con la que cuenta MatLab al obtener la integral de un vector de funciones simbólicas. La forma en la que se hizo el cálculo de la integral fue el de la ec. 1, 2 y 3. Las funciones se declararon cada una por separado $f_1(x),\ldots, f_n(x)$. Al diferenciar el vector de las antiderivadas el resultado también se devuelve en forma de vector, ecs. 4 y 5. Para el comando **`ezplot()`** se accede a cada función $F(x)$ con el índice del vector al cual pertenece, por ejemplo, la función $F_1(x)$ se accede en esta práctica como **`F(1)`**, que es la notación de MatLab para acceder por separado a cada uno de los elementos de un vector. Puede obtener más información del comando i**`nt()`** tecleando en la ventana de comandos **`help int`**.

$$f(x)=\left[f_1(x) \quad f_2(x) \quad \cdots \quad f_n(x)\right] \tag{1}$$

$$F(x)=\int f(x)dx \tag{2}$$

$$F(x)=\left[F_1(x) \quad F_2(x) \quad \cdots \quad F_n(x)\right] \tag{3}$$

$$f'(x)=\frac{d}{dx}F(x) \tag{4}$$

$$f'(x)=\left[\frac{d}{dx}F_1(x) \quad \frac{d}{dx}F_2(x) \quad \cdots \quad \frac{d}{dx}F_n(x)\right] \tag{5}$$

IV. Escriba sus conclusiones y observaciones

Nota: Reporte únicamente los ejercicios (sección III), poniendo el código fuente y los resultados de salida para cada uno (graficas y/o expresiones algebraicas). Escriba sus conclusiones generales sobre la práctica.